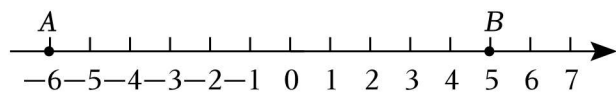


## 2024 秋季初一数学每日一题打卡 012

012 试题来源:2023 南通市海安市部分中学期中试题

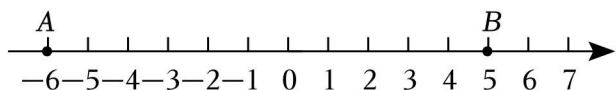
阅读下列材料,并回答问题. 我们知道  $|a|$  的几何意义是指数轴上表示数  $a$  的点与原点的距离,那么  $|a - b|$  的几何意义又是什么呢? 我们不妨考虑一下,取特殊值时的情况. 比如考虑  $|5 - (-6)|$  的几何意义,在数轴上分别标出表示  $-6$  和  $5$  的点, (如图所示),两点间的距离是  $11$ ,而  $|5 - (-6)| = 11$ ,因此不难看出  $|5 - (-6)|$  就是数轴上表示  $-6$  和  $5$  两点间的距离,  $|a - b|$  的几何意义是数轴上  $a, b$  两数对应点之间的距离.



- (1) 当  $\left|x - \frac{2}{3}\right| = 2$  时, 求出  $x$  的值;
- (2) 设  $Q = |x + 6| - |x - 5|$ , 请问  $Q$  是否存在最大值, 若没有请说明理由, 若有请求出最大值;
- (3) 设  $Q = |x + 2023| + |2024 + x| + 2|2026 - x|$ , 当  $Q$  的值最小时, 求整数  $x$  所有可能的值的和.

## 试题解析

阅读下列材料,并回答问题. 我们知道 $|a|$ 的几何意义是指数轴上表示数 $a$ 的点与原点的距离,那么 $|a-b|$ 的几何意义又是什么呢? 我们不妨考虑一下,取特殊值时的情况. 比如考虑 $|5-(-6)|$ 的几何意义,在数轴上分别标出表示 $-6$ 和 $5$ 的点,(如图所示),两点间的距离是 $11$ ,而 $|5-(-6)|=11$ ,因此不难看出 $|5-(-6)|$ 就是数轴上表示 $-6$ 和 $5$ 两点间的距离, $|a-b|$ 的几何意义是数轴上 $a, b$ 两数对应点之间的距离.



(1) 当 $|x-\frac{2}{3}|=2$ 时,求出 $x$ 的值;

解: (1) 当 $|x-\frac{2}{3}|=2$ 时,则 $x-\frac{2}{3}=\pm 2$ ,解得: $x=\frac{8}{3}$ 或 $-\frac{4}{3}$ ;

(2) 设 $Q=|x+6|-|x-5|$ ,请问 $Q$ 是否存在最大值,若没有请说明理由,若有请求出最大值;

(2) $Q=|x+6|-|x-5|$ 存在最大值为 $11$ ;

理由:分三种情况:

当 $x\leq -6$ 时, $Q=|x+6|-|x-5|=-x-6+x-5=-11$ ;

当 $-6<x\leq 5$ 时, $Q=|x+6|-|x-5|=x+6+x-5=2x+1$ ,则 $-11<2x+1\leq 11$ ;

当 $x>5$ 时, $Q=|x+6|-|x-5|=x+6-(x-5)=11$ ;

$\therefore Q$ 的最大值为 $11$ ;

(3) 设 $Q=|x+2023|+|2024+x|+2|2026-x|$ ,当 $Q$ 的值最小时,求整数 $x$ 所有可能的值的和.

【解答】(3) $Q=|x+2023|+|2024+x|+2|2026-x|$ ,

当 $x<-2024$ 时,

$$\begin{aligned} Q &= |x+2023|+|2024+x|+2|2026-x| \\ &= -x-2023-2024-x+2(2026-x) \\ &= -4x+5 > 8091 \end{aligned}$$

当 $-2024\leq x<-2023$ 时,

$$\begin{aligned} Q &= |x+2023|+|2024+x|+2|2026-x| \\ &= -x-2023+2024+x+2(2026-x) \\ &= 4053-2x, \end{aligned}$$

而 $8099\leq 4053-2x<8101$ ,

当 $-2023\leq x\leq 2026$ 时,

$$\begin{aligned} Q &= |x+2023|+|2024+x|+2|2026-x| \\ &= x+2023+2024+x+2(2026-x) \\ &= 8099, \end{aligned}$$

当 $x>2026$ 时,

$$\begin{aligned} Q &= |x+2023|+|2024+x|+2|2026-x| \\ &= x+2023+2024+x+2(x-2026) \\ &= 4x-5 > 8099, \end{aligned}$$

$\therefore Q=|x+2023|+|2024+x|+2|2026-x|$ 的值

最小时为 $8099$ ,

此时 $-2023\leq x\leq 2026$ ,

$\therefore$  整数 $x$ 所有可能的值的和为:

$$\begin{aligned} & -2023-2022-2021-2020-\dots-2-1+0+1+2+\dots+2023+2024+2025+2026 \\ &= 0+2024+2025+2026 \\ &= 6075. \end{aligned}$$